数学史

これは いろいろの機会に使用した講義の原稿で、だんだん変形もされ蓄積もされたものである

私は ~~大学~~ 諸学校の講義にいつでも これを 適当に取捨に用いたので、詳細な綿密な原稿を使ったことは なかった。

ペルシヤ、アラビヤの数学

Gerbert (Sylvester II)

1000

1100 — アラビヤ数学のラテン訳 — Euclid / Al-Khowarizmi / Ptolemy < 紹介

1200 Leonardo (Pisano) (Fibonacci) 1202

Roger Bacon

1300 大学

1400

Allman, Greek geometry
Ball,
Cantor 1-4
Cajori, elementary
" , history of math. notat.
" , history
" , Early math. science in North and South America
", History of logarithmic slide rule
", History of concept of limits and fluxions in Great Britain
Datta and Singh, Hist. of Hindu math. I (1935) [3巻の予定]
Datta, science of Sulba.
Dickson, History of theory of numbers 1-3
Günther
Heath, ~~History~~ Greek math. 1-2
" , manual of
Heiberg. G.
Karpinski: History of arithmetic
Klein, Ent. 1-2.
Lampe, Reine Mathematik in den Jahren 1884-1899
Loria, Guida allo studio della storia delle matematiche

Loria, Storia delle matematiche 1-4
Macfarlane, Ten British mathematicians
Muir, History of determinants 1900-1920.
Neugebauer, Vorgrie. Math.
Pérez, Mathematicas en la biblioteca del escorial.
Prasad, math. research in last twenty years
Salet, Omar Khayyam.
Sanford, short h.
Sarton, Study of hist. of math.
Sarton,
Schoy, Introduction Trigonometrischen Lehren des persischen Astronomen Abu'l-Raihan Muh Ibn Ahmad Al-Biruni. (1927)

Smith, Rara arithmetica
Smith and Ginsburg, History of math. in America before 1900. (1934)
Smith and Karpinski, Hindu-arabic numerals.
Smith, history of elem. math.
" , Algebra of four thousand years ago. (1936)
Tropfke, G. 1-7
Wieleitner,
Zeuthen, Histoire d. math. dans l'antiquité et le moyen age.

塩見研究所蔵書

数学思想史

科学史の任務の中、最も重大なものゝ一つは、現代の科学への反省をよつて、将来の新建設へ資する点にある。それは、今日の如き大なる変革の特殊性に於て、その意義の特に一層大なる~~意義~~ものがある。

将来への示唆
suggestion
を与ふ

この講義——といふよりは、私の未熟な主観的感想——では、古代から凡そ十九世紀中葉までの西洋及び東洋の数学思想を概観するのである。

古代 { ギリシャ以前（エジプト、バビロニア）
ギリシア
アレキサンドリア（アレキサンドリア時代）

中世 { インド
アラビア
ヨーロッパ

近世 { 15-16世紀（ルネッサンス）
17世紀
18世紀

近代 19世紀

支那

日本

重点を各時代の数学思想の特色、と、~~特~~特殊性の意義とにおいた。

世界観
数学観 の必要。
その過重視は危険

文獻

「数学思想史」の纏まった文献などは、まだ何にもない。

Pierre Boutroux, L'idéal scientifique des mathématiciens. (1920) 河野伊三郎訳「数学思想史」(岩波)

Poincaré, Picard などの書

(Klein, Lectures on mathematics.)

Klein, Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert 1926–

高木, 近世数学史談

普通の数学史

Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.

Cajori, History of mathematics.

Günther und Wieleitner, Geschichte der Mathematik.

Bell, Development of mathematics.

Loria, Storia delle matematiche.

数学史 ~~数学教育史~~

数学史~~概論~~一般ニ関スル講義方針

近来欧米諸国デモ数学史更ニ科学史ノ研究ハ著シク盛トナリ、諸大学デモ其ノ講義アルノミナラズ、International Society of the history of Science モ両三年前ニ組織サレタ。

科学史専門雑誌 (Bibliotheca mathematica, Isis)

本講義ハ其レ程専門的研究デハアラヌ。

数学発達ノ趨勢ヲ社会状態乃至教育状態ノ関聯ノ下ニ理解スルコト。

特ニ私個人ノ理解ト時間(限ラレタ)ノ都合上、文芸復興時代ヨリ十九世紀前半ニ至ルマデノ欧洲ノ数学ヲ主体トスル。古代、中世ノ欧洲乃至インド、アラビヤハ順序トシテ簡単ニ述ベル。日本、支那ハ全然觸レナイ。

~~選擇ノ方針~~

史実ヲ知ル
解釋スル

史実ニ関スル議論ヲ省ク。——精密ナル史実、原資料ヲ求メル

困難ノ例 (1) M. Cantor ニ 2000ノ誤 (Eneström) (Ball, Cajori ノ[illegible]ハ多シ)

初等数学史ニ於テハ D. E. Smith ノ功績)

+ − ノ例。

特ニ古代

(2) Cajori, p. 35, chace, plate 55.

4. (3) 関孝和ノ傳 (傳記、ゴモツナド)

解釋 数学ハ独自ノ歴史ヲ持ツガ、ソレハ内面的自然生長トシテノミデハ解釋出来ヌ

自然的環境 (エヂプト等) コレハ本質的ノモノデアラヌ。

人種、国民性 (ギリシャ、アラビヤ、等) 〃 〃

寧ロ基本的ナルハ生産力、社会生活、政治、生産力(生産関係)、社会心理 デアル。数学ノ一般的発展ノ方向ヲ決定スル

史的唯物論 (唯物史観)

フリーチェ 欧洲文学発達史 (鉄塔書院)

勿論数学ガ既ニ数学トシテ成立セル以上、ソレハ数学ソレ自身トシテ進歩スル (方法ニ於テ、問題、技術ニ於テ) 一定ノ内面的法則ニ従ヒ、マタハ他ノ諸科学ト交渉シテ

然シ ソレハ社会性ノ制限、思考ノ下ニアルガ、比較的ニ独立的ニ発展シテ行ク。

即チ吾々ハ 歴史的必然性ヲ主トシテ 偶然ノモノヲ 之ヲ附属セシメテ ~~[illegible]~~ 軽ク見ル。

必然ト偶然トハ 形式論理的ニ對立スルモノデアルニモセヨ

辯證法的ニ統一セラルベキモノデアル。［例、解析幾

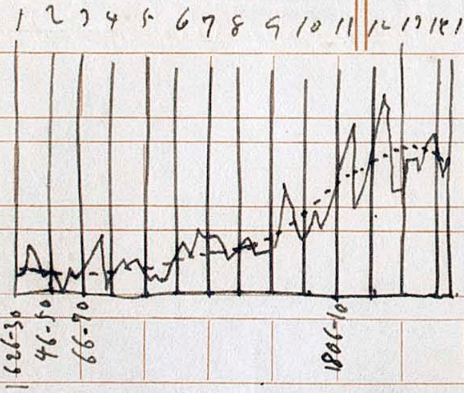
何、微積分ノ発見、史家 ヤ心理学者 ノ所謂 ~~[illegible]~~ 同時性］

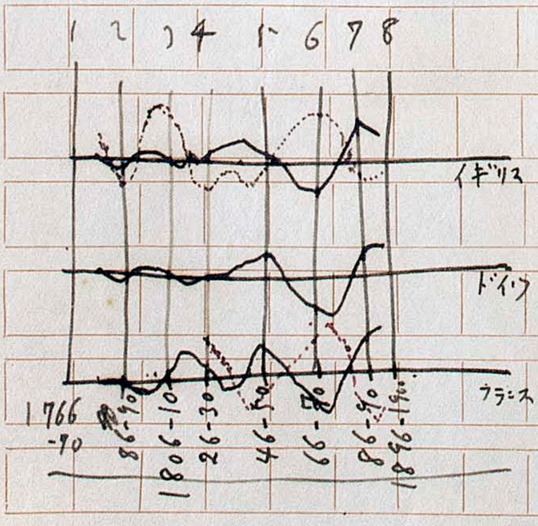
数学史ニ於ケル主観 ギリシヤ数学ノ過重（Heath ソノ他 大多数 理想主義者）。

デカートノ解釈、

客観的 実証的 取扱ヘノ一歩。（統計的研究法）

鈴木清太郎 Rainoff





		plus		minus
語	過多	Leonardo (1202) (Pisa)	不足	Leonardo
			引	Leonardo
	カロフル	14世紀ノItaly 代表		
記号	過多	Widman (1489)	不足	Widman
	カロフル	Hoecke (1514)	引ク	Hoecke
	カロフル	Latin algebra (1486?)	引ク	deut. algebra (1486?)

Fibonacci

da Vinci (1452-1519)

Dresden

Widman ~~[illegible]~~ (1486)

Leipzig 大学ノ講義ノnoteニアル

Widman ハ記号ノ意味トシテ、一ヲ用ヒテ居ル。

History of Mathematics.

§1 ~~Preface~~ Introduction

§2 Egyptian mathematics

§3 Babylonian mathematics.

§4 Greek math.

§5 ~~Hellenian~~ Alexandrian math. (Hellenism)

Chinese math.

§6 Roman math.

§7 Indian math.

§8 Arabian (& Persian) math.

§9 Math. of the middle ages

§10 Math. of the renaissance.

§11 Math. of the 17th century

§12 Math 18

Japanese math

§13 Math. of (from the end of the 18 century to the first half of the 19 century)

数概念の発生（野蛮民）． Conant, Number Concept.

Lévy-Bruhl, 未開人の思惟

矢野健太郎「未開人の数学」

最新の参考書 Neugebauer, Vorgriechische Mathematik (1934).

§1. Egyptian math.

Napoleon (1799) がよんだ 掘出した石の碑文を Champollion (1812) Rosetta stone

~~史~~ Egyptians.

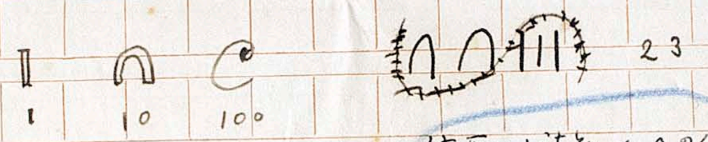
Text ~~Rhind~~ Ahmes papyrus. (~~Ahmes~~ Rhind 17世紀中葉) −1700? (or −1500?)

Eisenlohr (1877), Peet (1923), Chase (1929).

Struve: Moskau Papyrus (1930).

Egyptians

象形文字



位取りノ法則 と 0の使用 がない．

僧侶文字

民衆文字

Cajori, Notations, p. 12

アーメス，パピルス ノ内容．

1．分数論．

$\frac{1}{n}$ 単位分数 unit fraction ヲ取扱フ． （バビロニア人ハ土トモテ 分母が一定60ナルモ，分子ニテ変ゼリ）．

具体的ナ面積，体積，土地，—

宝石，家畜．

パン，小麦ノ分配

ビールノ価，ビールトパンノ交換．

単位分数ノ和 unit fracti.

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}.$$

$\frac{2}{2n+1}$ $(1 \leqq n \leqq \cancel{49}\ 50)$ ヲ単位分数デ表ハス table.

面白イ問題 Sylvester (1880), Loria (1892) ハ一般ニ証明ヲ試ミテ果サズ： ~~Neugebauer (1926) ヲ参照セヨ~~： Chace (1927) ノ説明 (p.13) 参考セヨ．

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \qquad \frac{2}{13} = \frac{1}{8}\ \frac{1}{52}\ \frac{1}{104}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3}\ \frac{1}{15} \qquad \frac{2}{15} = \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{4}\ \frac{1}{28} \qquad \frac{2}{17} = \frac{1}{12}\ \frac{1}{51}\ \frac{1}{68}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{6}\ \frac{1}{18} \qquad \cdots\cdots$$

$$\frac{2}{11} = \frac{1}{6}\ \frac{1}{66} \qquad \frac{2}{101} = \frac{1}{101}\ \frac{1}{202}\ \frac{1}{303}\ \frac{1}{606}$$

~~2 ヲ 奇数 デ 割ル 表~~

2 divided by 3

~~Get 2 by operating 3.~~ $\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$ of 3 is 2. $\boxed{\cancel{\frac{2}{3}} \quad \frac{2}{3}}$

2 divided by 5

$\frac{1}{3}$ of 5 is $1\frac{2}{3}$. $\frac{1}{15}$ of 5 is $\frac{1}{3}$. $\cancel{\frac{2}{5}}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$

$\boxed{5 \times \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}. \quad 2 - 1\frac{2}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}}$

割算 [redacted] 5 ÷ 21.

$5 = 1+2+2$, 表カラ $\frac{2}{21} = \frac{1}{14}\ \frac{1}{42}$ 由テ

$$\frac{5}{21} = \frac{1}{21} + \left(\frac{1}{14}\ \frac{1}{42}\right) + \left(\frac{1}{14}\ \frac{1}{42}\right)$$
$$= \frac{1}{21} + \left(\frac{2}{14}\ \frac{2}{42}\right)$$
$$= \frac{1}{21}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{21}$$
表カラ
$$= \frac{1}{7}\ \frac{2}{21} = \frac{1}{7}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{42}.$$

$\frac{1}{16}\ \frac{1}{112}$ = 何ヲ掛ケルト $\frac{1}{8}$ = ナルカ?

通分スル 公分~~母~~ トシテ 28 ヲ取ル。

$$\frac{1}{16} = \left[\frac{\frac{28}{16}}{28} = \frac{1\frac{3}{4}}{28}\right] = \frac{1\frac{1}{2}\frac{1}{4}}{28}.$$
$$\frac{1}{112} = \frac{\frac{1}{4}}{28}$$

$\therefore\ \frac{1}{16} + \frac{1}{112} = \frac{2}{28}.$

一方ニ於テ $\frac{1}{8} = \frac{3\frac{1}{2}}{28} = \frac{2+1+\frac{1}{2}}{28}$ aliquot part

先ヅ最初ニ $\frac{2}{28}$ ヲ取レ、約数部分 次ニソノ半分 $\frac{1}{28}$ ヲ取リ、更ニ半分 $\frac{\frac{1}{2}}{28}$

ヲトレ。然ラバ $\frac{3\frac{1}{2}}{28}$ 即チ $\frac{1}{8}$ ヲ得ル。

ところで $\frac{2}{28}$ ハ $\frac{1}{16}+\frac{1}{112}$ ナルガ、 $\frac{1}{16}\ \frac{1}{112}$: $\underline{\underline{1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}}}$ ヲカケルト $\frac{1}{8}$ ニナル。

a trial, approximation

UTSUYAMA

一次方程式. 未知数ヲ hau (堆 heap) ト呼ブ:

加減乗(除)ニ恒等ヲ知ル記号ガアル.

堆アリ, ソノ $\frac{2}{3}$ ト, ソノ $\frac{1}{2}$ ト, ソノ $\frac{1}{7}$ ト, ソノ堆全体 トデ, (ト加ヘル) 33.

$\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} + \frac{x}{7} + x = 33$. $1\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{7}x = 33$.

コレヲ前ノ様ニ解ケバ. $x = 14\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{97}\,\frac{1}{56}\,\frac{1}{679}\,\frac{1}{776}\,\frac{1}{194}\,\frac{1}{388}$.

等差級数, 等比級数

"100個ノパンヲ5人ニ分ケル, 初メノ3人ノ所得ノ $\frac{1}{7}$ ガ残リノ2人ノ所得ニ等シクスルニハ, 差ハ何程カ?"

解. "差ハ $5\frac{1}{2}$ デ, 23, $17\frac{1}{2}$, 12, $6\frac{1}{2}$, 1 トセヨ.

之ニ $1\frac{2}{3}$ ヲカケテ $38\frac{1}{3}$, $29\frac{1}{6}$, 20, $10\frac{2}{3}$, $10\frac{2}{3}\frac{1}{6}$, $1\frac{2}{3}$ デアル."

等差級数 a a−d a−2d a−3d a−4d

$$\frac{1}{7}\left[a+(a-d)+(a-2d)\right] = (a-3d)+(a-4d)$$

∴ $d = 5\frac{1}{2}\cdot(a-4d)$ 公差ハ末項ノ $5\frac{1}{2}$ 倍ニ当ル. 今末項ヲ 1 ト仮定スレバ; (text の)級数ヲ得ル. ソノ和ハ 60 トナル が; 実際ハ 100 デアルベキ故 $60 \times 1\frac{2}{3} = 100$. 故ニ $1\frac{2}{3}$ 倍ニ.

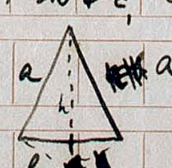
仮定法 (method of false position).

Chace ノ approximate method 3

geometry.

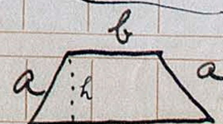
正方形, 矩形ノ面積 (正シイ)

二等辺三角形, $a\cdot\frac{b}{2}$ approx.



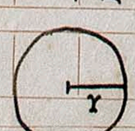
(h を省いた)

等脚梯形 $\frac{b+c}{2}\cdot a$ approx.



(h を省いた).

円ノ面積



d

$d - \frac{d}{9} = 2r - \frac{2r}{9} =$

a = $\frac{16}{9}r$

A

$A = \left(\frac{16}{9}r\right)^2 = 3.1604\,r^2$

角錐, 相似形

二次方程式 Berlin Papyrus 1930 (Neugebauer)

$x^2+y^2=100$, $x:y=1:\frac{3}{4}$

$x^2+\left\{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)x\right\}^2=100$

$1^2+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)^2 = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{16}$. $\sqrt{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{16}} = 1+\frac{1}{4}$

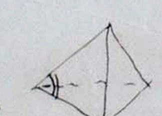
$\sqrt{100}=10$

$\frac{10}{1+\frac{1}{4}}=8$.

$x=8$, $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)x = 6$

$(y=)$

側面の傾き 52°

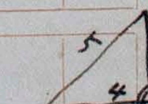


Ahmes 以外ノモノ 測量の正確

Pythagoras

(1) ピラミッド (3) 縄張り harpedonaptae 寺院建築

(2) 壁画の正確 (或はその)

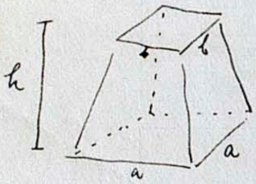


Geometry of measurement.

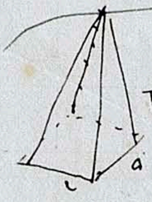
geo metria
土地 量ル

Moscow Papyrus. (1930) 出版

$$V = \frac{1}{3} h (a^2 + ab + b^2)$$



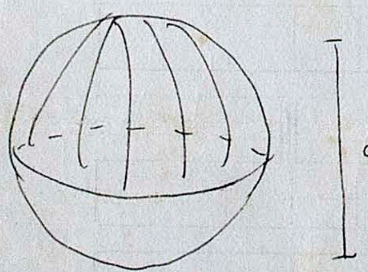
(Archimedes によれば:)



$V = \frac{1}{3} h a^2$ 如何にして之を得たか?

Democritus

hemisphere の surface.



$$S = \left[2d - \frac{1}{9} \cdot 2d - \frac{1}{9} \left(2d - \frac{1}{9} \cdot 2d \right) \right] d$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{256}{81} \right) d^2$$

$$= 2 \cdot \frac{256}{81} r^2$$

Archimedes

$$\pi = \frac{256}{81} \fallingdotseq 3.1605$$

アジア的生産様式

1. Babylonian ハ十進法ノ外ニ、度量衡ニ60進法ヲ用ヒ、更ニ60進法ノ分数ヲ用ヒタ. 即チ … 60^2, 60, 1, $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{60^2}$, …… [外ニ $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ 等ノ簡単ナ分数モ一般的ナ分数ヲ用ヒタ]. コレデハ分数ノ分子ノミガ異ル.

§Ⅱ. Babylonian Math

1906

tablet (−2400 から −1350 ヒヱ まで; 特ニ −2200 ビモタカラ) 1840 ヒヱ イギリスの軍人 Rawlinson; 1890 ヒヱ アメリカ University of Pennsylvania (Hilprecht 指導)

Text: Neugebauer: Mathematische Keilschrift-Texte (1935).

~~1. Babylonians~~

二つの場合:

十進法: 1, 10, 100 ; 1 2 3 加法

1000 ; 10,000 (2000 ニアラズ) 乗法

六十進法: 平方表ノ table

1 4 9 16 25 36 49 1.4 1.21 1.40 …

(= 8^2) (= 9^2) (= 10^2)

(= 60+4) (= 60+21) (= 60+40)

Hilprecht: = 2×60+5 ト記シタ:

コレニハ位ノ原則 principle of local value ガアル.

Babylonians ハ皆 量ノ欠如ヲ表ハス記号ヲ持ッテ居タシガ; コレハ計算デハ用ヒラレナカッタ. (0トシテ)

[reference] Cajori, History of mathematical notations, Vol. I. (1928), p. 2.

等差級数, 等比級数, その他 Σn^2, Σn^3, … などの観念があった,

Babylonian ノ幾何図形ハ吉凶ヲ占フニ用ヒラレタ. 円周ヲ360°ニ分ケタ. 円周ト直径ノ比ヲ3トセリ. [ヘブライ人モ同様]

天文学の進歩.

Tables.

逆数表

2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7,30
9	6,40
10	6
⋮	
54	1, 6, 40
1	1
1, 4	56,15
1,12	50
⋮	
2	30
2, 5	28, 48
⋮	
9, 36	6, 15
10	6
10, 25	5, 45, 36
⋮	

掛算表

1	2									
2	4	3								
3	6	9	4							
4	8	12	16	5						
5	10	15	20	25	6					
6	12	18	24	30	36	7				
7	14	21	28	35	42	49	8			
8	16	24	32	40	48	56	1, 4	9		
9	18	27	36	45	54	1, 3	1,12	1,21		
10	20	30	40	50	1	1,10	1,26	1,30	1,4	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

平方
立方 表

~~立方表~~

n	n^2	n^3
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	1,4
5	25	2,5
6	36	3,36
⋮	⋮	⋮

長サ

	Ellen	GAR
Finger	0;2	0;0,10
Elle	1	0;5
Rohr	6	0;30
Grenze (GAR)	12	1
Länge	12,0	1,0
Meile	6,0,0	30,0

1 GAR = μ Ellen. $\mu = 12$

1 Elle = $\bar{\mu}$ GAR $\bar{\mu} = 0;5$

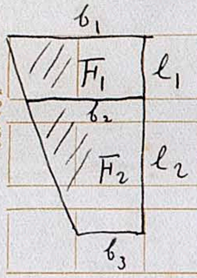
面積

1 $\text{GAR}^2 = 0;0,36$ ikû

1 ikû $= 1,40\ \text{GAR}^2$.

Neugebauer の新研究

(1) 聯立一次方程式　その一例



F_1, F_2, $\frac{l_1}{l_2}$, $(b_1-b_2)+(b_2-b_3)$

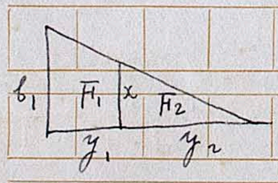
を与って、

b_1, b_2, b_3, l_1, l_2

をよむ。

その Text は eigentlich mathematische Texte である。その形式 (Formulierung) は geometrische なんで、その計算そのものは、"与へられた関係を基礎として、未知数の rein algebraische なる決定である"。

(2) 二次方程式　平方根を知る



b_1, $F_1-F_2=\Delta$, $y_2-y_1=\delta$ を与って、x, y_1, y_2 をよむ。

$$\cancel{x=}\sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\Delta}{\delta}+b_1\right)^2+\left(\frac{\Delta}{\delta}\right)^2\right]}\;\cancel{-\frac{\Delta}{\delta}}$$

$$x^2+\frac{2\Delta}{\delta}x-\left(b_1\cdot\frac{\Delta}{\delta}+\frac{1}{2}b_1^2\right)=0$$

$$x=-\frac{\Delta}{\delta}\pm\sqrt{\qquad}$$

$-$ はあらない

(3) 三次方程式　立方根 $\sqrt[3]{A}$ をよむ問題である

一例　$\mu x=z$, $xy+xyz=a$, $\alpha x=y$.

$$(\mu x)^3+(\mu x)^2=\frac{\mu^2}{\alpha}a. \quad [=4.12]$$

36
216
252
$=4\times60+$

table から $n^3+n^2=4.12$ のとき $n=6$.

$\therefore\ \mu x=6$

9

Heath, Manual of Greek mathematics (1931)

名前作集 個人の

§4. Greeks

~~岩田要臣アリ，詳しく~~ 数字ハ attic ニテ 形容詞ノ 頭文字ヲ用フ.

1 Iota I, 5 pente p, 10 deka d.

pI = 6 ddpIII = 28.

後ニ ~~alpha~~ アルファベット ニ 変ル

,αυκδ	1424
ργ	103
M,βσπα	12281
M λ	30030
M,γωλη	43838

α	β	γ	δ	ε	....	θ	ι	κ	λ	μ	ν	...	ϙ
1	2	3	4	5		9	10	20	30	40	50	...	90

ρ	σ	......	ω	ϡ	,α	,β	...
100	200	......	800	900	1000	2000	...

$\overset{\alpha}{M}$	$\overset{\beta}{M}$	...
10000	20000	

~~Greeks~~ 奴隷制の上ニ立つ社会

(貴族打破サレテ市民ノ世界)

B.C.	
−600	Thales
−540	Pythagoras
−460	Hippocrates
−450	Zeno
−400	Democritus
−380	Plato
−350	
−340	Aristotle
−300	Euclid
−225	Eratosthenes, Archimedes, Apollonius
−140	Hipparchus
A.D.	
+50(?)	Heron
+100	Nicomachus, Menelaus
+150	Ptolemy
+275	Diophantus
+300	Pappus

600 B.C. Solon

Eudoxous

Menaechmus

アテネ中心

−332 Alexandria 建設

exception!

~~(102−44) Caesar~~

527. アテネ学校閉鎖

Solon ノ 改革ノ後，商工業ガ発展シ，大植民地ガ開カレタ.

(Greek math. ハ 植民地ヨリ)

(Thales ニ 始マル. 工業 ~~—~~ ミレトス)

Pythagoras ハ 南伊太利ニ ~~—~~ 住ンダ.

Plato 時代ニハ 銀行モ完成.

アテネ人口の推定

	市民	2万人
	外国人	1万人
	奴隷	40万人.
or	自由人	7万人
	外国人	4万人
	奴隷	20万人

[温情主義]

有閑階級 School Scole

アリストテレス

"最高ノ意味ニ於ケル幸福ハ哲学ニ存ス，従テ最高ノ性格ハ哲学者ノ生活ナリ，而モテソノ閑暇ヲ必要トス."

立派ナ市民 → 農民 → 工 商人 労働

アレキサンドリア 世界ノ中心トナル. (Hellenism

キリスト教，神学

~~古典書~~ ~~Heath, Greek Mathematics.~~

シャ数学~~史~~史は、ギリシャ人自身のものは

Proclus (~~[illegible]~~ 416-485) の Commentary on Euclid の pp. 65-70 のみ。 まとっしないと

それは Eudemus の History of geometry, 4 vols.(紛失)の

抜萃 (-335 ころ) | Aristotle の門人 Euclid の前、

しかるに Proclus には Euclid があり、 それは彼れの後人がつぎ足したものか、

丁抹 Heiberg Archimedes

仏 Paul Tannery

英 Heath

エヂプト　~~〇〇~~バビロン　ノ影響

算術及ビ代数。

数論 | 計算術　トニ区別ス。
= Arithmetica | logistica

計算術

計算法ノ不便カラ、実際ハ算盤デ行ハレタ。ナド指表示

一般分数ガ取扱ハレタ

平方根　（Ptolemy ノヒスノ方法ハ現代ト變ラヌ）。

~~Arith~~ Archimedes ハ、〇〇ノ方法デ 10^8 迄表ハシ得、之ヲ ~~第一階~~ first order ノ unit ニ取ル、10^{16} ハ second order ノ unit デアリ、… 之デ如何ニ大キイ数モ表ハシ得ル。（指数法則）

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Plato

『幾何学ヲ知ラザルモノハ門ニ入ルベカラズ』。精神ノ陶冶ノ價値ニ重キヲ置キ、実用的方面ヲ軽視ス。
"算術ハ知識ノタメニ学バルベキデ、~~〇〇~~商売ノ如キ何等カ実際的目的ノタメニ学ブベキデナイ"
"極ク少シノ幾何ト算術計算ハ軍隊ノ司令官ニ對シテ十分デアル。精神ヲ向上サセ、遂ニ神ノ理想タル哲学ノ究局ノ目的ニ達サセルモノハ、ソノ（二ツノ科学）ノ高尚ナ部分ニ属スル"
単位ノ学校デハ四則ト簡単ナ分数ヲ学ビ；哲学スルモノニ限ツテ高級ナ幾何ヲ学ブ；

Thales ハ エヂプト ニ学ブ。

直線ト角ノ幾何学ヲ抽象的ニ作ル。　定理

Pythagoras ~~school~~ 学派

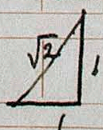
エヂプト ノ古学ト mysticism。

"数ハ物体ノ本質ナリ"、音楽的比例ノ調和、惑星ノ運動、宇宙ノ統一ト美。コレハ皆数ニ基ヅク。
数ハ夫々特殊ノ意味ヲ有スル。

1　物ノ本体。　4　完全ナル数デ人間ノ精神ヲ示ス。
5　色彩ノ理。　6　寒。…

数論ト幾何トノ融合。

Pythagoras　無理数ノ発見。



從等ハ之ヲ

数ノ分類ニ入レナカッタ。

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots \sqrt{17}$ ハ linear unit ヲ以テ incommensurable デアル。

奇数，偶数

不足 → defective

過剰 → redundant

triangular number	perfect	deficient	abundant
$\frac{1}{2}n(n+1)$	$6 = 1+2+3$	$1+2+4 < 8$	$1+2+3+4+6 > 12$

amicable
親和

$\cancel{284} = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$ (220)

$\cancel{200} = 1 + 2 + 4 + 71 + 142.$ (284)

<u>比例ノ分数</u>

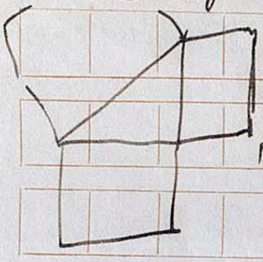
$a - b = c - d$ 等差

$a : b = c : d$ 等比

$a - b : b - c = a : c$ . . . 調和

※ Pythagoras ニ表ハレシ logical ~~[illegible]~~ part ト descriptive トノ二ツノ[illegible]ライ[illegible]

$\boxed{\text{Pythagoras}}$



Pythagoras theorem.
自身ノ証明ハ伝ハラズ.
今ニ

数論ト幾何トノ融合.
多角形ノ面積ニ関スル諸定理.
立体幾何デハ 四面体, 八面体, 立方体, 二十面体

‖ ‖

−540 Pythagoras Schol
Zeno Antiphon
−450 −430
−380 Plato Scho

$\boxed{\text{Sophist school}}$ Plato school

I. ~~Circle ニ関スル性質ノ研究.~~

II. three famous problems.

III. Method of exhaustion.

$\boxed{\text{円ノ使用}}$

{ 任意ノ角ノ三等分,
立方倍積
円積問題.

定規ト コンパス ノミヲ 有限回使用シテ作図.
(長サノ目盛ナイ)

- 角ノ三等分: quadratrix (Hippias ~~[illegible]~~), 後ニ Conchoid (Nicom
- 立方倍積: $x^3 = 2a^3$. $\left.\begin{array}{l} x^2 = ay \\ y^2 = 2ax \end{array}\right\}$, intersection (Menaechmus)
- 円積問題: quadratrix

幾何学者ハ 多角形ト円周トノ一致ヲ否定セリ

若シ多角形ガ円周ト一致スルコトガ出来ルナラ, 大サハ無限ニ分タ
得ルモノデアルトノ考ヘヲ棄テネバナラヌ (Simplicius)
サテ ~~Phy~~ Philosophy ノ問題ニ直面セリ.
Zeno ハ「直線又ハ他ノ大サハ無限ニ分タレ得ルモノデハナイ」トセリ. 即チ
無限分割性ニ反対セリ. アキレスト亀.
Antiphon ハ実ニ Zeno ノ思考ニ基ヅクノデアル.
幾何学者ハ infinity, infinitesimal ノ思想ヲ幾何学カラ放
逐セリ. ソノ結果 重サナリ合ハセ得ルコトニヨッテ以外
ノモノハ measure セナイコトニナッタ. 円周ノ長サ, 面積ノ如キ

マタ sophist ノ反対ヲ斥ケルタメニ, 一見明瞭ナ定
理ヲ厳密ニ証明スル.

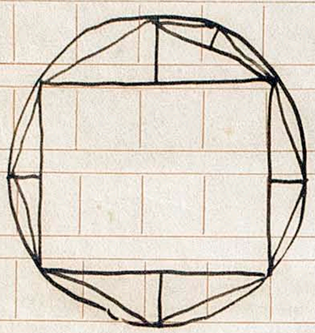
ロバデモ

Plato ヨリ以前ニ立体幾何ニ着手セシ. 角壔, 角錐, 円壔,
円錐.
Menaechmus ハ 一ツノ母線ニ垂直ナ平面デ; 鋭角円錐 / 直角 〃 / 鈍角 —— 楕円 / 抛物線 / 双曲

Eudoxus

幾何学カラ計算ヲ除ク, ソレハ geometry ヲ geodesy
又ハ measuration ニ堕落セシメタカラデアル. アリストートルニヨレバ
幾何学者ニ属スル定理ハ, 算術ノ如キ, 幾何学以外ノ
何物ニヨッテモ証明出来ナイ".

積盡法
Method of exhaustion



(加積) 盡)

Antiphon

円ガ exhaust サレルマデ。

n ハ finite

Eudoxos ノ発明
或る量より半分又はそれ以上をひきさる
これを十分多くの回数だけ繰返して行けば
任意に与へられた量よりも
小さい量に達する
Eudoxos postulate.

定義ト公理ハ存在デハナイ
象徴デアル
symbolize スルダケ

「簡単」ヲ重視スル

Plato ノ sophist ト対立ス。
logical　definition, postulate, axiom ノ観念.

1. ~~作図~~ 作図ノ postulate (定規ト コンパス)

直線ト円ノミノ作図　他ノ curve スル作図ハ 機械的デアッテ、幾何学的デナイ ト排斥サレタ。Eudoxus, Archytas, ~~Men~~ Menaech

Newton ノ説

他ノ曲線ハ mechanical locus トセズバ ニ, geometrical curve トセネバナラヌ.

Plato ハ「ソンナ機械的方法ハ 幾何学ノ美点ヲ放棄シ破壊スルモノデアル。ソレハ幾何学ヲ永遠無窮ノ思想ノ幻影 (image) トシテ高ク仕上ゲズニ 却テコレヲ再ビ感覚ノ世界ニ引キ戻スカラデアル。而モ永遠無窮ニ高クスルモノコソ神ニヨッテ用ヒラレルモノデ、又ソレヲ用ヒルニヨリ神ハ神ナノデアル」

商業的計算ヲ蔑視セシ傾向ハ 生産的技術ヲ軽蔑シ、ヨリ、従テ機械ソノモノヲ嫌悪セリ。[Plutarch]

「Archytas (Plato ノ友人) ガ機械ヲ考案シテ実験セントキニ プラトンが怒って、斯様ナ種ノ実験機械ヲ攻撃シ、ソレハ唯心的精神的ナ幾何学原理ニ、粗俗ナ形体ヲ与ヘルモノデアルガ故ニ、多大ナル手工ヲ要シテ下劣ナ商品ニ堕落スルモノデアルト断言セリ」

実験ヲ欠イタ希臘ノ物理、自然科学ガ、発展ニ比セテ如何ニ貧弱ナルカヲ見ヨ!

#5 Hellenism

-332 Alexandria 建設

-300 Euclid

-225 Eratosthenes, Archimedes, Apollonius

-140 Hipparchus

+50(?) Heron

100 Nicomachus, Menelaus

150 Ptolemy

275 Diophantus

300 P...

527 アテネ学校閉鎖

転換期

古代ギリシャ数学とアレクサンドリヤ数学との相異

古代の ~~古代~~ ギリシャ的思考の典型的完成者
Euclid

転換期の典型的代表者
Archimedes

衰退期の代表者

Euclid

Elements　　Data

Elements. (4世紀の Theon の edition によって伝った. しかし 後に Greek text から訳出された Peyrard (1814-18) ~~[illegible]~~ が稿本... は Theon 以前の text

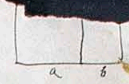
最良の edition は Heiberg und Menge Euclidis Elementa (1883-1916)

1. 三角形, 垂線, 平行線, 直線形の面積, ピタゴラス定理.
2. 面積の変形.
3. 円, 弦, 切線.
4. 多角形と円, 正多角形.
5. 一般なる比例論. X
6. 相似形への比例の応用.
7. 数論. (数の分数, 整数に関する比例論).
8. 連比例.
9. 数論 (素数論を含む).
10. 無理数論. X
11. 立体幾何 (第一篇の平面図形に相当)
12. 積尽法によって, 円の面積が半径の平方に比例すること. 円錐, 円壔 など.
13. 正多面体

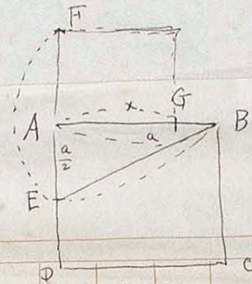
(14, 15 正多面体) 後人の作

geometrical algebra.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



$x^2 + ax = a^2$ を解く



$AB \cdot BG = AG^2$

$a(a-x) = x^2$

$x^2 + ax + \frac{a^2}{4} = a^2 + \frac{a^2}{4}$

$EB^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2$

$= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$

$EF = x + \frac{a}{2}$

$AF = x$

~~Euclid~~

~~Elements. 13 篇. 最後ノ14, 15篇ハ後人ノ筆.~~

Text book ハ Hippocrates ヨリ未ダ〔?〕アリシ, マタ 材料ノ大部分ハ〔?〕以前ノ人カラ採リタ.

ピタゴラス定理ノ証明ト, 第10篇 無理数論(特ニ)ガ Euclid 自身ノ original ナリ.

スベテノ時代ヲ通ジテノ最大ナル組織家ノ一人.

現代デハ 厳密性 ト 教育価値(ノ両方論)ニ〔?〕於テ評論サレテ井ル.

Euclid Elements

7, 8, 9 篇ハ数論

5 ハ一般的比例論, 10 ハ無理数論.

任意ノ二ツノ pos. integer m, n ニ対シテ

$ma \gtreqless nb$, $mc \gtreqless nd$ ナルトキ, $a : b = c : d$

Dedekind ノ Schnitt

数ヲ表ハスニ線分ヲ以テセリ. "ソレ等ノ辺ガ比例スル

トキハ, 平面数 又ハ 立体数 ハ相似デアル"

$a : b = c : d$ ナラバ

$a^2 : b^2 = c^2 : d^2$

$a^3 : b^3 = c^3 : d^3$.

$\sqrt{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$

a, b ガ二ツノ commensurable line ヲ表ハストキ, 小生ノ研究

素数 (prime number) ノ定義, 最大公約数ノ求メ方 (互除法),

数ヲ比例論ニ適用, 連比例, "素数ノ数ハ無限ナリ."

Definitions.

3 postulates.

(1) 一つの点より他の点へ一つの直線を引くことが出来る.

(2) 有限直線はその方向に無限に延長することが出来る

(3) 一点を中心とし, 一つの有限の長さを半径として一つの円を画き得る.

12 Axioms

9 ~~general~~ common notions 同じものに等しきものは相等し, ~~[illegible]~~ 互に相合するものは相等し, - - -

3 geometrical axioms 二直線は空間を囲むことが出来ない

(1) 二直線は空間を囲むことが出来ない

(2) 総ての直角は相等しい

(3) 平行線公理.

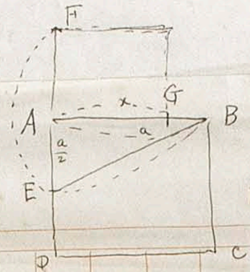
Clavius ラテン (1574) ⟶ 幾何原本 (1607)

Barrow, ラテン版 (1655), 英版 (1660).

Simson, 英 (1756)

Legendre, Éléments de Géom[illegible]

$x^2+ax=a^2$ を解く



$AB\cdot BG = AG^2$

$a(a-x)=x^2$. $x^2+ax+\frac{a^2}{4}=a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\overline{EB}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2$

$= \left(x+\frac{a}{2}\right)^2$.

$EF = x+\frac{a}{2}$.

$AF = x$.

~~Euclid~~

~~Elements. 13 篇. 最後ノ14, 15 篇ハ後人ノ筆.~~

Text book ハ Hippocrates ヨリ書カレアルモ, マタ材料ノ大部分ハ彼以前ノ人カラ採ツタ.

ピタゴラス定理ノ証明ト, 特ニ第10篇無理数論ガ Euclid 自身ノ original ナリ.

スベテノ時代ヲ通ジテノ最大ナル組織家ノ一人.

現代デハ厳密性ト教育価値ノ両方面ニテ批評サレテ井ル.

Euclid Elements

7, 8, 9 篇ハ数論

5 ハ一般的比例論, 10 ハ無理数論.

任意ノ二ツノ pos. integer m, n ニ対シテ $ma \gtreqless nb$, $mc \gtreqless nd$ ナルトキ $a:b=c:d$

Dedekind ノ Schnitt

数ヲ表ハスニ線分ヲ以テナシ. "ソレ等ノ辺ガ比例スルトキハ, 平面数又ハ立体数ハ相似デアル"

$\sqrt{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$ a, b ガ二ツノ commensurable line ヲ表ハストキ, 性質ノ研究

$a:b=c:d$ ナラバ

$a^2:b^2=c^2:d^2$

$a^3:b^3=c^3:d^3$.

素数 (prime number) ノ定義, 最大公約数ノ求メ方(互除法),

数ヲ比例論ニ適用, 連比例, "素数ノ数ハ無限ナリ."

Definitions.

3 postulates.

(1) 一つの点より他の点へ一つの直線を引くことが出来る.

(2) 有限直線はその方向に無限に延長することが出来る

(3) 一点を中心とし, 一つの有限の長さを半径として一つの円を画き得る.

12 Axioms

9 ~~general~~ common notions　同じものに等しきものは相等し, 互に相合するものは相等し, ---

3 geometrical axioms
(1) 二直線は空間を囲むことが出来ない
(2) 総ての直角は相等しい
(3) 平行線公理.

Clavius ラテン (1574) → 幾何原本 (1607)

Barrow, ラテン訳 (1655), 英訳 (1660).

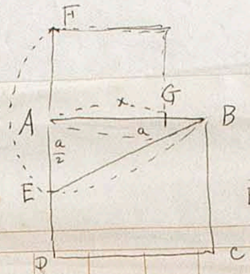
Simson, 英 (1756)

Legendre, Éléments de géométrie (1794)

菊池大麓 初等幾何学 (明治21 1888)

geometrical algebra.

$x^2+ax=a^2$ を解く



$AB\cdot BG = AG^2$

$a(a-x)=x^2$. $x^2+ax+\frac{a^2}{4}=a^2+(\frac{a}{2})^2$

$\overline{EB}^2 = (\frac{a}{2})^2+a^2$

$= (x+\frac{a}{2})^2$.

$EF = x+\frac{a}{2}$.

$AF = x$.

$\boxed{\cancel{\text{Euclid}}}$

~~Elements. 13 篇. 最後ノ14, 15篇ハ後人ノ筆.~~

Text book ハ Hippocrates ヨリ書カレテアッタ, マタ材料ノ大部分ハ彼以前ノ人カラ採ッタ.

ピタゴラス定理ノ証明ト, 特ニ第10篇 無理数論ガ Euclid 自身ノ original ナリ.

スベテノ時代ヲ通ジテノ最大ナル組織家ノ一人.

現代デハ 厳密性 ト 教育価値ノ両方面ニ於テ批判サレテ居ル.

Euclid Elements

7, 8, 9 篇ハ 数論

5 ハ 一般的 比例論, 10 ハ 無理数論.

任意ノ二ツノ pos. integer m, n ニ対シテ $ma \gtreqless nb$, $mc \gtreqless nd$ ナルトキ, $a:b=c:d$

Dedekind ノ Schnitt

数ヲ表ハスニ 線分 ヲ以テセル. "ソレ等ノ辺ガ比例スルトキハ, 平面数 又ハ 立体数 ハ 相似デアル"

$a:b=c:d$ ナラバ $a^2:b^2=c^2:d^2$, $a^3:b^3=c^3:d^3$.

$\sqrt{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$ a, b ガ二ツノ commensurable line ヲ表ハストキ, 小生ノ研究

素数 (prime number) ノ定義, 最大公約数ノ求メ方(互除法),

数ヲ比例論ニ適用, 連比例, "素数ノ数ハ無限ナリ"

Definitions.

3 postulates.

(1) 一つの点より他の点へ一つの直線を引くことができる.

(2) 有限直線はその方向に無限に延長することができる

(3) 一点を中心とし, 一つの有限の長さを半径として一つの円を画き得る.

12 Axioms

9 ~~general~~ common notions 同じものに等しきものは相等し, 互に相合するものは相等し, ---

3 geometrical axioms

(1) 二直線は空間を囲むことができない

(2) 総ての直角は相等しい

(3) 平行線公理.

Clavius ラテン (1574) → 幾何原本 (1607)

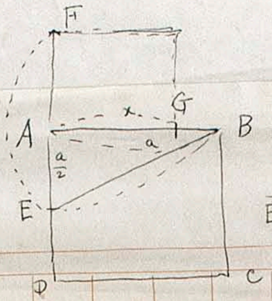
Barrow, ラテン版 (1655), 英版 (1660).

Simson, 英 (1756)

Legendre, Éléments de géométrie (1794)

geometrical algebra.

$x^2+ax=a^2$ を解く



$AB\cdot BG = AG^2$

$a(a-x)=x^2$.

$x^2+ax+\frac{a^2}{4}=a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\overline{EB}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2$

$= \left(x+\frac{a}{2}\right)^2$.

$EF = x+\frac{a}{2}$.

$AF = x$.

~~Euclid~~

~~Elements. 13 篇. 最後ノ14, 15篇ハ後人ノ筆.~~

Text book ハ Hippocrates 以来多クアッタガ, マタ材料ノ大部分ハ彼以前ノ人カラ採ッタ.

ピタゴラス定理ノ証明ト, 第10篇(特ニ) 無理数論ガ Euclid 自身ノ original デアル.

スベテノ時代ヲ通ジテノ最大ナル組織家ノ一人.

現代デハ厳密性ト教育価値ノ両方面ニ於テ批難サレテ井ル.

Euclid Elements

7, 8, 9 篇ハ数論

5 ハ一般的比例論, 10 ハ無理数論.

任意ノ二ツノ pos. integer m, n ニ対シテ $ma \gtreqless nb$, $mc \gtreqless nd$ ナルトキ $a:b=c:d$

Dedekind ノ Schnitt

数ヲ表ハスニ線分ヲ以テシタ. "ソレ等ノ辺ガ比例スルトキハ, 平面数及ビ立体数ハ相似デアル"

$a:b=c:d$ ナラバ

$a^2:b^2=c^2:d^2$

$a^3:b^3=c^3:d^3$.

$\sqrt{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$

a, b ガ二ツノ commensurable line ヲ表ハストキ, ソノ性質ノ研究

素数(prime number)ノ定義, 最大公約数ノ求メ方(互除法), 数ヲ比例論ニ適用, 連比例, "素数ノ数ハ無限ナリ."

Definitions.

3 postulates.

(1) 一つの点より他の点へ一つの直線を引くことが出来る.
(2) 有限直線はその方向に無限に延長することが出来る
(3) 一点を中心とし, 一つの有限の長さを半径として一つの円を画き得る.

12 Axioms

9 ~~general~~ common notions 同じものに等しきものは相等し. ~~[illegible]~~ 互いに相合するものは相等し, - - -

3 geometrical axioms

(1) 二直線は空間を囲むことが出来ない
(2) 総ての直角は相等しい
(3) 平行線公理.

Clavius ラテン (1574) → 幾何原本 (1607)

Barrow, ラテン版 (1655), 英版 (1660).

Simson, 英 (1756)

Legendre, Éléments de géométrie (1794)

地図 math. geography

Eratosthenes. "篩" ~~[illegible]~~

3 5 7 ~~9~~ 11 13. ~~15~~ 17, . . . rare exception!

[素数論ハ Legendre, Gauss ニ至ル]

Heiberg, Archimedis Opera (1880-1915).

1906 に "The Method" が発見された. (Heiberg)

その method の中で Archimedes は Democritus を refer している

Democritus

Eudoxus

[infinitely small の existence を assume する必要はない, ~~[illegible]~~ 如何程でも望むだけ小なる量の ~~existence~~ にましい.]

Archimedes は曰く, Democritus の ~~[illegible]~~ 二定理 ——
pyramid 及び cone の volume —— に scientific proof を与へた最初の人は Eudoxus であると.
また, $A \sim r^2$, $V \sim r^3$ なる二定理を証明した 其の際に用いた lemma が今の Archimedes の axiom と呼ばれるものである。

Archimedes

合-友-規

辛辣 論法.

Measurement of the circle. 円周ノ長サニ等シイ直線分ノ存在ヲ假定セテ, $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. 直観ト論理

quadrature of the parabola, sphere and cylinder, Spirals, paraboloid and hyperboloid of revolution, . . .

論理的ニ厳密ニハアクサイテ, 証明 ノ理由ヲ明カニシテアル 時ニハ mechanics ニヨル (三角形ノ重心)

$\int_0^a x^2 dx$, $\int_0^\pi \sin\theta \, d\theta$,

$\int_0^a (bx + x^2) dx$, $\int_0^a x^3 dx$,

~~Equilibrium~~ Mechanics { ~~Equilibrium~~ floating bodies 器械ノ発明. 凹面鏡

Klein ノ批判 理論ト応用トヲ兼備セル天才, 独創的ナ研究家, 科学上ノ革命家. Newton, [Gauss?]

計算術及び幾何学の伝統を確立した

Cattle problem. (Archimedes?)

牡牛

白 = $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})$青 + 黄

青 = $(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})$斑 + 黄

斑 = $(\frac{1}{6}+\frac{1}{7})$白 + 黄

牝牛'

白' = $(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})$(青 + 青')

青' = $(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})$(斑 + 斑')

斑' = $(\frac{1}{5}+\frac{1}{6})$(黄 + 黄')

黄' = $(\frac{1}{6}+\frac{1}{7})$(白 + 白')

外に

白 + 青 = 平方数

黄 + 斑 = 三角数

~~これでも ambiguity が残る。 ...~~

(Amthor, 1880)

Pellian equation $t^2 - 4729494u^2 = 1$.

16

地図 math. geography

Eratosthenes. "篩" ~~[illegible]~~

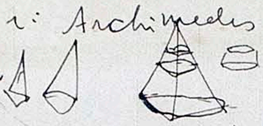
3 5 7 ~~9~~ 11 13 ~~15~~ 17, . . . rare exception!

[李善蘭, Legendre, Gauss 以后]

Heiberg, Archimedis Opera (1880–1915).

1906 に "The Method" が発見された (Heiberg)

その method の中に Archimedes は Democritus を refer している

Democritus 

Endoxus

[infinitely small の existence を assume するは要はない, 望むだけ小なる量の ~~existence~~ に過しめる.]

→ Archimedes は曰く Democritus の二定理（金字塔と円錐の）— pyramid 又は cone の volume — に scientific proof を与った最初の人は Endoxus であると.

また $A \sim r^2$, $V \sim r^3$ なる二定理を証明するに用いた 球 lemma が今の Archimedes の axiom と呼ばれるものである.

|Archimedes|

合-友-覚 辛辞証法.

Measurement of the circle. 円周ノ長サニ等シキ直線分ノ存在ヲ仮定シテ, $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. 直観ト論理

quadrature of the parabola, sphere and cylinder, Spirals, paraboloid and hyperboloid of revolution, ...

$\int_0^a x^2 dx$, $\int_0^\pi \sin\theta\, d\theta$,

$\int_0^a (bx + x^2) dx$, $\int_0^a x^3 dx$,

論理的証明デ 推ヘ 厳密ニハアラザルモ, 重心ノ理由ヲ明ラカニシテ 時ニハ mechanics ニヨル (三角形ノ重心) 

~~Equilibrium~~ Mechanics { Equilibrium / floating bodies } 器械ノ発明. 凹面鏡

Klein ノ批判 理論ト応用トヲ兼備セタ天才, 独創的ナ研究家, 科学上ノ革命家. Newton, [Gauss?]

計算術ならびに幾何学の伝統を破した 打

Cattle problem. (Archimedes?)

牡牛

白 = $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})$ 青 + 黄

青 = $(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})$ 斑 + 黄

斑 = $(\frac{1}{6}+\frac{1}{7})$ 白 + 黄

牝牛'

白' = $(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})$ (青 + 青')

青' = $(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})$ (斑 + 斑')

斑' = $(\frac{1}{5}+\frac{1}{6})$ (黄 + 黄')

黄' = $(\frac{1}{6}+\frac{1}{7})$ (白 + 白')

外に

白 + 青 = 平方数

黄 + 斑 = 三角数

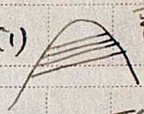
~~これでも ambiguity が残る~~

(Amthor, 1880)

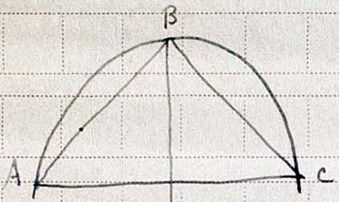
Pellian equation $t^2 - 4729494u^2 = 1$.

近藤洋逸「アルキメデスの求積法について」(昭和高商学報
昭和17年12月)

若干の数学的問題を力学——静力学 (statics) (小論)——
によって研究するための手引を作る方法である


(1) 平面図形は有限個の物理的線分から成る

(2) 力の釣合(重心の概念)



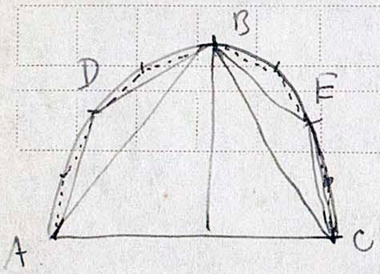
弓形 $ABC = \frac{4}{3} \cdot \triangle ABC$

を静力学的に推論する。予め証明されたとは言はない。

$\boxed{\text{証明}}$

$\frac{4}{3} \cdot \triangle ABC = K$ とおく。

~~弓形 ABC > K と仮定せよ。~~



$\triangle ADB + \triangle BEC = \frac{1}{4} \cdot \triangle ABC.$ (Conic の定理から)

n 回繰返せば:

面積 $F_n = \triangle ABC + \frac{1}{4}\triangle ABC + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \triangle ABC + \cdots + \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \cdot \triangle ABC$

$= \frac{4}{3} \triangle ABC \cdot \left(1 - \frac{1}{4^n}\right) < K.$

さて今 弓形 $ABC > K$ と仮定せよ。

弓形 $- F_n < \varepsilon$ (Eudoxos の postulate 或はその拡張によって) なる故、

特に 弓形 $- F_n <$ 弓形 $- K$ ならしめることが出来る。

$\therefore$ $F_n > K$ これは仮定に反する。

同様に 弓形 $< K$ も不可能

故に 弓形 $= K$.

Menaechmus

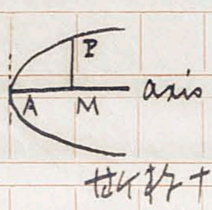
Apollonius

ordinate

abscissa = "the portion cut off by it from the diameter toward the vertex"

Conics. 一ツノ cone ノ section トテ三種ヲ扱フ.

主ナル了若的ノ実質



$PM^2 \lessgtr 2p \cdot AM$ ellipse, par., hyp. (p, parameter)

特種ノ場合ニ於テハ 点ノ coordinates ヲ用 此 所ヲ析ナルヒサトモ云フ.

geometrical algebra トモイフベキモノヲ使用セシト推アラム

Heath ハ

analytic geometry ニアラズ 補助線等ニ

$y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2$ ellip.

$= 2px$ par.

$= 2px + \frac{p}{a}x^2$ hyp.

Mensuration.

Heron. 測量ノ技術. "Metrica" ノ中デ面積, 体積ニ関スル多クノ公式ヲ与フ. $\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, anchor ring ノ volume

$\sqrt{A}$ ノ approx. formula. $A = a^2 + \varepsilon$ トスル. (バビロニア, 印度, 支那)

$\sqrt{A}$ ノ first approx $\alpha_1 = \frac{1}{2}\left(a + \frac{A}{a}\right)$, second $\alpha_2 = \frac{1}{2}\left(\alpha_1 + \frac{A}{\alpha_1}\right)$

面積, 体積ノ近似公式モ多ク, エジプト数学ニ酷似ス.

"Dioptra" (測量器械), Mechanics (in daily life)

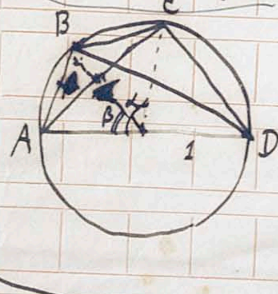
Astronomy [Geometry of Sphere, Trigonometry]

Hipparchus.
Menelaus
Ptolemy

天文学者

球面(図形), 球面三角法, 平面三角法ノ基礎. (等三角形) Menelaus theorem (平面, 球面).

Syntaxis [Almagest]



$\overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{BC} \cdot \overline{AD} + \overline{AB} \cdot \overline{CD}$. AD ヲ直径トスレバ

$\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{AC}$ given

$BC \cdot AD = BD \cdot AC - AB \cdot CD$.

$\overline{BD} = \text{chord}(180° - \beta)$

$\overline{CD} = \text{chord}(180° - \alpha)$

$\overline{BC} = \text{chord}(\alpha - \beta)$

$\text{chord}(\alpha-\beta) \cdot \text{chord}(180°)$

$= \text{chord}(\alpha) \cdot \text{chord}(180° - \beta)$

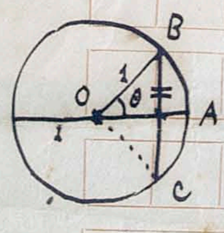
$- \text{chord}(\beta) \cdot \text{chord}(180° - \alpha)$

$\alpha = 2\theta, \beta = 2\phi$ トオケバ.

$\sin(\theta - \phi)$

$= \sin\theta\cos\phi$

$- \cos\theta\sin\phi$.



$\sin\theta$ ノ代リニ 2θ ニ対スル chord (弦) BC ヲ考ヘタ.

即チ $\text{chord}\ 2\theta = 2 \cdot \sin\theta$.

特殊ノ角 60°, 36°, 18°, … ニ対スル弦ハ幾何学的ニ計算

半角

倍角

Math. Collection. [Pappus] [Invotuti].

Nicomachus

算術ノ組織, Pythagoras 学派ノ哲学者. Introductio arithmetica.
~~算術教科書~~ノ最モ古イモノデアリ, Boetius ノ翻訳ヲ通ジテ ~~[illegible]~~ 十三世, 十四世紀マデモ盛ンニ行ハレタ.
六世紀マデ
演繹的デナク, 全ク帰納的. 幾何学的ノ型ヲ捨テ, 実際ノ数字ニ就テ数ノ分類ヲ試ミタ. ソレニハ計算ノ

→ 7 → 21 (= 3×7)

規則, 証明ナシ, 実用算術ガナイ.
神学上ノ三位一体ノ観念カラ, 如シテ数ヲ三ツニ分類セリ.

数 { 完備数 / 不足数 / 過剰数

奇数 { prime and incomposite / secondary and composite / ソレ自身ハ secondary and composite ナルガ, 他ノ関係ニ於テ prime and incomposite ナルモノ

9 (= 3×3) ト 25 (= 5×5), 15 (= 3×5) ト 77 (= 7×11)

偶数 { evenly-even number 2^n. / evenly-odd $2(2n+1)$. / oddly-even $2^{n+1}(2m+1)$

比 (ratio) ノ分数

1ヨリ大ナル比	[意味]	1ヨリ小ナル比	[意味]
I. (a) 一般的		I (a) 一般的	
multiplex	multiple	sub multiplex	sub multiple
(b) 特別		(b) 特別	
duplus	2倍	sub duplus	$\frac{1}{2}$
triplus	3倍	sub triplus	$\frac{1}{3}$
...	...	...	...
II (a) 一般的		II (a) 一般的	
superparticularis	$\frac{n+1}{n}$	sub superparticularis	$\frac{n}{n+1}$
(b) 特別		(b) 特別	
sesquialter	$1\frac{1}{2}$	sub sesquialter	$\frac{2}{3}$
sesquitertius	$1\frac{1}{3}$	sub sesquitertius	$\frac{3}{4}$
sesquiquartus	$1\frac{1}{4}$	sub sesquiquartus	$\frac{4}{5}$
....	....	....	....

III. $\frac{2m+n}{m+n}$ IV. $\frac{mn+1}{n}$, V. $\frac{(p+1)m+n}{m+n}$.

例ヘバ $3\frac{1}{4}$ = triplex sesquiquartus

比例 (proportion) ~~[illegible]~~ ハ 11種 (10種?)

mean ハ 10種 意味

1 $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{a}$ $a+c = 2b$ (arithmetic)

2 $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{b}$ $ac = b^2$ (geometric)

3 $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c}$ $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$ (harmonic)

4 $\frac{a-b}{b-c} = \frac{c}{a}$

5 $\frac{a-b}{b-c} = \frac{c}{b}$

6 $\frac{a-b}{b-c} = \frac{b}{c}$

7 $\frac{a-c}{b-c} = \frac{a}{c}$

8 $\frac{a-c}{a-b} = \frac{a}{c}$

9 $\frac{a-c}{b-c} = \frac{b}{c}$

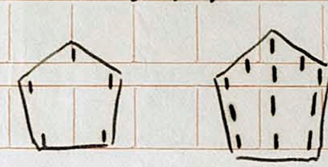
10 $\frac{a-c}{a-b} = \frac{b}{c}$ .... $(a = b+c)$

figurate number (形数)

areal ~~plane~~ numbers { triangular, square, pentagonal ....

solid n. { cubic, ~~a~~ pyramidal ..., ~~spherical~~

~~[illegible]~~ side and diagonal numbers



Algebra [コレハ ~~[illegible]~~ 數論ノ一部 ~~[illegible]~~ カラモ來タガ; 大精神ハ計算術カラ來タト思ハレル]

Palatine anthology. 謎.

エジプト人(バビロン)ノ得意ト ~~[illegible]~~

イエトモ ... 2nd ...

Archimedes ノ cattle problem. [Pell $\frac{\text{ind.}}{\text{eq.}}$ $t^2-4729494u^2=1$]

Heron 二次方程式.

area + perimeter = given

$x^2+4x=896$

$ax^2+bx=c$ $\quad x=\dfrac{\sqrt{ac+\left(\frac{b}{2}\right)^2}-\frac{b}{2}}{a}$

自己ニ二次方程式

one root pos.

Pythagoras. integ. indet. eq.

$$n^2+\left[\frac{1}{2}(n^2-1)\right]^2=\left[\frac{1}{2}(n^2+1)\right]^2$$

Tannery (1893-95)

Diophantus [Arithmetica 13巻ノ内 6巻残存]

algebraic eq. ヲ symbol デ表ハシ先駆デアリ, geometry カラ ~~[illegible]~~ 獨立セル algebraic ナ method ヲ立テタ.

[しかし Heath は著者の意まで symbol とはなしよりは, 寧ろ單なる略記と見るべきであると言う]

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ geom. Euclid, algeb. Dioph.

unit	μονάδες	x^0	$\hat{\mu}$
number	~~[illegible]~~ ἀρ....	x	s'
power (square)	δυ.....	x^2	$\hat{\delta^{v}}$
cube	κυ....	x^3	$\hat{\kappa^{v}}$

不明

(+ はなし)

↑ (−) λεῖψις (wanting)

ι = (ἴσος) equal

$$x^3-5x^2+8x-1=x^2$$

$$x^3 1 \quad x\, 8-x^2 5 \quad x^0 1 = x^2 1$$

$$\hat{\kappa^v}\alpha\ s'\eta \pitchfork \hat{\delta^v}\varepsilon\ \hat{\mu}\alpha\ \iota\ \hat{\delta^v}\alpha$$

(1) 算者ノ観念ヲ欠ク。 ~~(2x−10)~~ (2) 展記号ヲ用ヒズ、言葉デ述ベタ

~~Diophantus~~

Nesselmann (1842) { ~~Nesselmann~~ rhetorical alg. 言語; syncopated alg. 節略; symbolic alg.; [instrumental alg.] }

Determinate equations.

2. 一元二次 $\boxed{ax^2+bx+c=0}$

ハ説明

$mx^2+px=q$, $mx^2=px+q$, $mx^2+q=px$ 各 positive terms.

解法ハ示サレテ居ナイ。 二根共ニ pos. ノ場合デモ 一根ノミ採用ス。 負数ヤ無理ナル根ヲ用ヒズ。

3. 二元二次

$$\begin{cases}\xi+\eta=2a\\ \xi\eta=B.\end{cases}\qquad \xi-\eta=2x \quad (\xi>\eta)$$

加ヘテ $\xi=a+x$

引イテ $\eta=a-x$

故ニ $\xi\eta=(a+x)(a-x)=a^2-x^2=B$ x ハ求メラレル

Indeterminate equations. $Ax^2+Bx+C=y^2$.

[A, B, C ガ integer ノトキ rational solution ヲ求メル]

例 $a^2x^2-c=y^2$.   a, c integer ~~pos.~~

先ヅ 一ツノ rational solution ヲ求メルニハ

$a^2x^2-c=(ax-m)^2$ トオク   m pos. integ.

$a^2x^2-c=a^2x^2-2amx+m^2$. $x=\frac{c+m^2}{2am}$ (= x_0 say).

他ノ solution を求めるために

$a^2x_0^2-c=q^2$ トナル。 $a^2(x_0+\xi)^2-c=(q-k\xi)^2$ ト assume ス。

引イテ $2\xi(a^2x_0+kq)=\xi^2(k^2-a^2)$

$\therefore\ \xi=\frac{2(a^2x_0+kq)}{k^2-a^2}$ 故ニ x ノ new value ハ

$$x=x_0+\frac{2(a^2x_0+kq)}{k^2-a^2}\ \text{ナリ。}$$

1. 一元一次.   移項ヲ簡約スルコトヲ, 加法ト減法デ行ヒ、除法ヲ用ヒズ。

$8x-11-2x+5 = x-4+3x+10$

$8x+5+4 = x+3x+10+11+2x$

$8x+9 = 6x+21$

$8x-6x = 21-9$

$2x = 12$ 算術的ニ 2デワル。

geometry. ~~[illegible]~~ Chasles, Hankel, Boutroux.

若シ大ナル岩石ヲ打越ユ
ヲセナズ破壊 比ス.

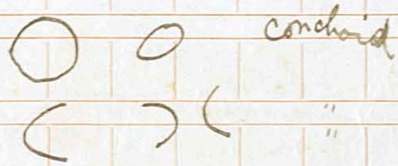
→ イルト、アルモ
~~algebra~~

長所 { 概念ノ明確. / 論理的厳密

短所 { 一般原理ノ欠如 / ト一般的方法ナシ

定理ノ証明 { 古角ノ場合 / 鋭角ノ / 鈍角ノ場合 { 截ル場合 / 截ラザル場合

tangent ヲ
引ク一般的方法
ナシ.



Pappus ノ第七巻
ニアル 83 個ノ
theorem ハ、今日
デハ唯一ツノ
問題ニ帰着
一ツノ命題ト其ノ種々
ノ場合ノ解法ニ
帰スル (Chasles)

22

§6. Roman math

I II III, IV V VI … IX X XI

ローマニハ純粋科学トシテノ数学ガ発達シナカッタト言ヘル。ソレハタダ実用以上ニ発達シ一歩ヲ出デナイ計算術デアリ、測量デアッタ。

−100 … −40 Caesar

+455 蛮族ニヨッテ亡ブ

貴族 → 自由人 → 農民 → 奴隷

戦争ニヨッテ土地、財産、奴隷ヲ掠奪。 貴族 → 小農 / 奴隷

Boetius (510)

工業ノナイ国。

精神的労働サヘモ奴隷ニ委ネタ。

計算ハ算盤デ行ハレタ。 分数ハ十二進法ヲ取ッタ

ソレガ多ク算盤ノ上ニモアル。

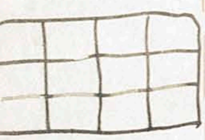
計算術、分数ニ十二進法ヲ用ヒタコトハ便利デアル。（日常ノモノヲ 2, 3, 4, 6 ニ等分スルコトハ最モ普通ノモノ）。

$\frac{6}{12}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{2}{12}$

十進法 $\frac{5}{10}$ $\frac{3\frac{1}{3}}{10}$ $\frac{2\frac{1}{2}}{10}$ $\frac{1\frac{2}{3}}{10}$

実物ノ分割ニ用フ。

as (一ポンドノ銅貨)、コレヲ 12 unciae (オンス) ニ分ケテ倍数ヲ作ッタ

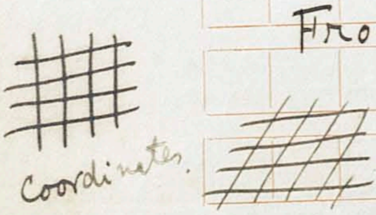


抽象分数 $\frac{11}{12}$ = deunx [= de uncia 即チ as (1) ヨリ小ナルコト uncia ($\frac{1}{12}$)]

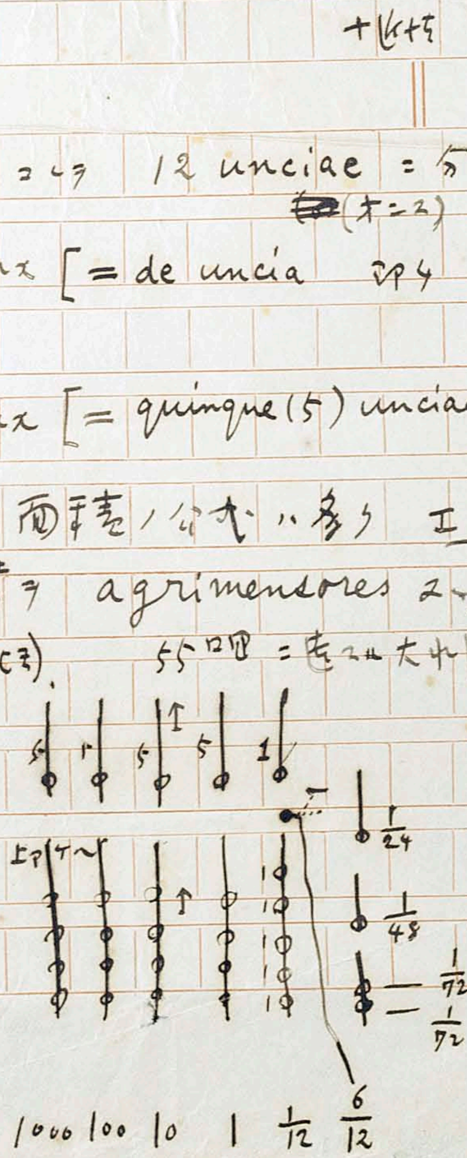
$\frac{5}{12}$ = quincunx [= quinque (5) unciae]

geometry ニ於ケル面積ノ公式ハ多ク エヂプト的又バビロン的近似式デアッタ。コノ書ヲ agrimensores 又ハ gromatici ト呼ブ。

Frontinus (70年頃) 55巻ニ達スル大作 Roman road (英国)



Coordinates.



§7. Indian math.

Datta, History of Hindu mathematics

?

?

?

印度ニハ数学専門家ガナクテ 天文学者デアル.

ギリシャノ影響 (Heron, Diophantus, Ptolemy) ト 支那カラノ影響(?)

然しさない(?)

510 Aryabhata → Aryabhattiyam (Clark).

630 Brahmagupta → Brahmasphuta-siddhanta

850 Mahavira

インドノ特色: 実際的デ, 厳密デ美シキ証明ヲ求メナカッタ,

証明ハアマリセズ (主ニ) 規則, 公式 ヲ列ス.

1150 Bhaskara → Lilavati

算術.

<u>位ノ原則</u> ト <u>零</u>.

324 × 753.

小ナルモ其所ニ書ス.

```
  2
2 ✗ 5 9
    3 2 #
  7 5 3 →
```

```
40
~~6~~ 6
 ~~3~~ ~~5~~
2 ~~3~~ ~~5~~ 9
     3 2 #
   7 5 3 #
```

```
~~2 4 5 9 7 2~~
   ~~3 2 4~~
    ~~7 5 3~~
```

```
2 4 0 9 6
      3 2
    7 5 3
```

検算ノ要 "九去法"

分数 $\frac{2}{3}$ $\begin{matrix}2\\3\end{matrix}$ | $5\frac{2}{3}$ $\begin{matrix}5\\2\\3\end{matrix}$

等シイ phalam pha

加ル yuta yu

括弧 pha 12 $\boxed{\begin{matrix}5 & 7\\1 & 3\end{matrix}\ yu}$ $\frac{5}{1}+\frac{7}{3}=12$

開平, 開立 ハ 吾々ト大差ナシ.

規則ハ示シテ

<u>仮定法</u> 意識的ニ用フ. 1 ト仮定ス. Bhaskara ハ 3

ト仮定ス.

Maya 紀元ノ初メノ頃. アメリカノ マーヤ 人.

20 進法.

1 2 4 5 7 11 19 0

kin (日) 20kin = 1 uinal (20日) 18 uinals = 1 tun (360日)

20 tuns = 1 katun (7200日) 20 katuns = 1 cycle (144000日)

9 × 144000
+ 9 × 7200
+ 16 × 360
+ 0
+ 0 = 1366

逆算 method of inversion

ソノ $\frac{3}{4}$ ヲ加ヘ　ソノ $\frac{1}{3}$ ヲ引キ

或数アリ

~~(1 数 × 3倍 + ソノ $\frac{3}{4}$ ヲ加ヘ) ÷ 7 商ノ $\frac{1}{3}$ ヲ引キ~~

$$\left\{\sqrt{\left\{[x\times 3]\left(1+\frac{3}{4}\right)\div 7\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\right\}^2-52}+8\right\}\div 10=2.$$

2カラサカノボリテ始ノ方ヘ逆算ヲ行フ.

$$(2\times 10-8)^2+52=196\qquad \sqrt{196}=14\qquad 14\times\frac{3}{2}\times 7\times\frac{4}{7}\div 3=28.$$

比例（三ノ法則 rule of three），利息算（単利，複利），混合法，
等差級数，等比級数ノ和.

16歳ノ女奴ノ價 32 ニスカ ナルトキ，20歳ノ者ノ價如何.

反比例デ：　16 × 32 ÷ 20 ニスカ.

“生キテル奴（奴隷ト家畜）ノ価ハ，ソレ等ノ年齢デ調節サレル”

文章ハ主ニ詩，韻文デ書カレ，時ニ神秘的デアル. 法則ヤ規則ヲ詩デ述ベルノハ記憶ニハ便デアル. 時ニハ証明ハ述ベテ居ナイ.

Aryabbhata
“Multiplicatⁿ becomes division, division becomes multiplicatⁿ, what was gain becomes loss, what loss, gain; inversion”.

バスカラ ハ数則ヲ述ベル
“une facile méthode de calcul, charmante par son élégance, claire, concise, douce, correcte, agréable à apprendre”
立派サ　明晰サ　簡潔サ　甘サ　正シサ

25

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ \hline 15x^2+7x-2 \end{array}$$

Tell directly, learned sir, the product of

ya 5 ru 1
ya 3 ru 2

ya v 15
ya 7 ru 2

Product:

代数

Notation ノ完成

加法. Diophantus ノ如ク 並ベル.

減法 引ク数ノ上ニ点(•)ヲ打ツ.

乗法. bhavita (乗積) bha

除法. 被除数ノ下ニ除数ヲ打ツ.

~~平方根. ka (karana 無理数, irrational)~~

未知数 yâ (yâvattâvat)

平方 v

常数 ru

未知数ガ多クアルトキハ、
黒ノ未知数
赤 〃
青 〃
ナドト略字

x yâ
y kâ [kâlaka 黒]
yâ kâ bha
x×y.

~~ka 15 ka 10~~
~~$(\sqrt{15} - \sqrt{10})$~~

pha yâ v 18 yâ 0 ru 0
yâ v 16 yâ 9 ru 18

$$18x^2 + 0x + 0$$
$$= 16x^2 + 9x + 18$$

負数ト無理数

負数ヲ正シク認識セシ、ソレハ +, − ヲ財産ト負債, 方向ニ結ビ付ケテ考ヘタ。

ギリシヤ {数 量} トヲ区別シタ.

インド人ハ 有理数ト無理数 トヲ区別シナカッタ.

之ハ大進歩, 大飛躍デアッタ. Hankel

二次方程式

$ax^2+bx+c=0$ ノ二根ヲ認メタ.

バスカラ "$x^2-45x-250=0$. $x=50, -5$

−5ハ採用セナイ. 何故ナラ, 人々ハ負根ヲ是認セナイカラ, 不適当デアル." / 正数ノ平方モ, 負数ノ平方モ共ニ正デアル.

"正数ノ平方根ハ二ツアッテ, 一ハ正, 一ハ負デアル. 負数ノ平方根ハ存在セナイ. 何ゼナラ, 負数ハ平方数デナイカラ,"

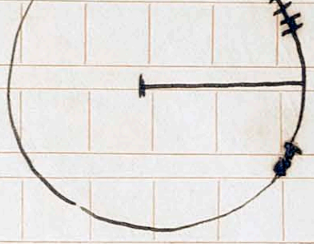
図形ヲ書いて それ

以上で 幾何. 三角法.

科学的デモナカッタ。 主ニ面積ノ計算.

三角法.

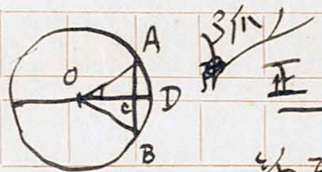
円周ヲ 360° ニ分ケ, $360 \times 60' = 21600'$ 分



$\pi = 3.1416$, $2\pi r = 21600$ ト採テ $r = 3438$ トシタ. (分)

半径ハ何分カ — 弧ノ 3438(分) 位デアル.

カクテ 半径ト ~~円~~ 円周トニ共通ナル長サノ単位ヲ選ンダノデアル. (大体) radian



弧ノ

正弦 AC ヲ用ヒタ. 弦 AB jīva (猟師ノ弓ノツル)

半分ノ弦ニハ他ノ言葉ガアッタガ, ~~簡単~~

簡単ノタメ 正弦ヲ jīva トヨブコトニナッタ.

正弦 $\sin\theta$ 余弦 $\cos\theta$ 正矢 $1-\cos\theta$ $\mathrm{versin}\,\theta = 1-\cos\theta$

$\sin 90^\circ = r = 3438$, $\sin 30^\circ = \frac{r}{2} = 1719$.

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = r^2$ $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$ $\therefore \sin 45^\circ = \sqrt{\frac{r^2}{2}} = 2431$.

$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \sqrt{r^2 - \sin^2 30^\circ} = 2978$.

半角ノ sine ヲ求メテ

$45^\circ \rightarrow 22^\circ 30' \rightarrow 11^\circ 15'$

$30^\circ \rightarrow 15^\circ \rightarrow 7^\circ 30' \rightarrow 3^\circ 45'$ オキノ table

余角ノ正弦ヲ求メテ

ソノ中間ハ interpolation デヤル.

27

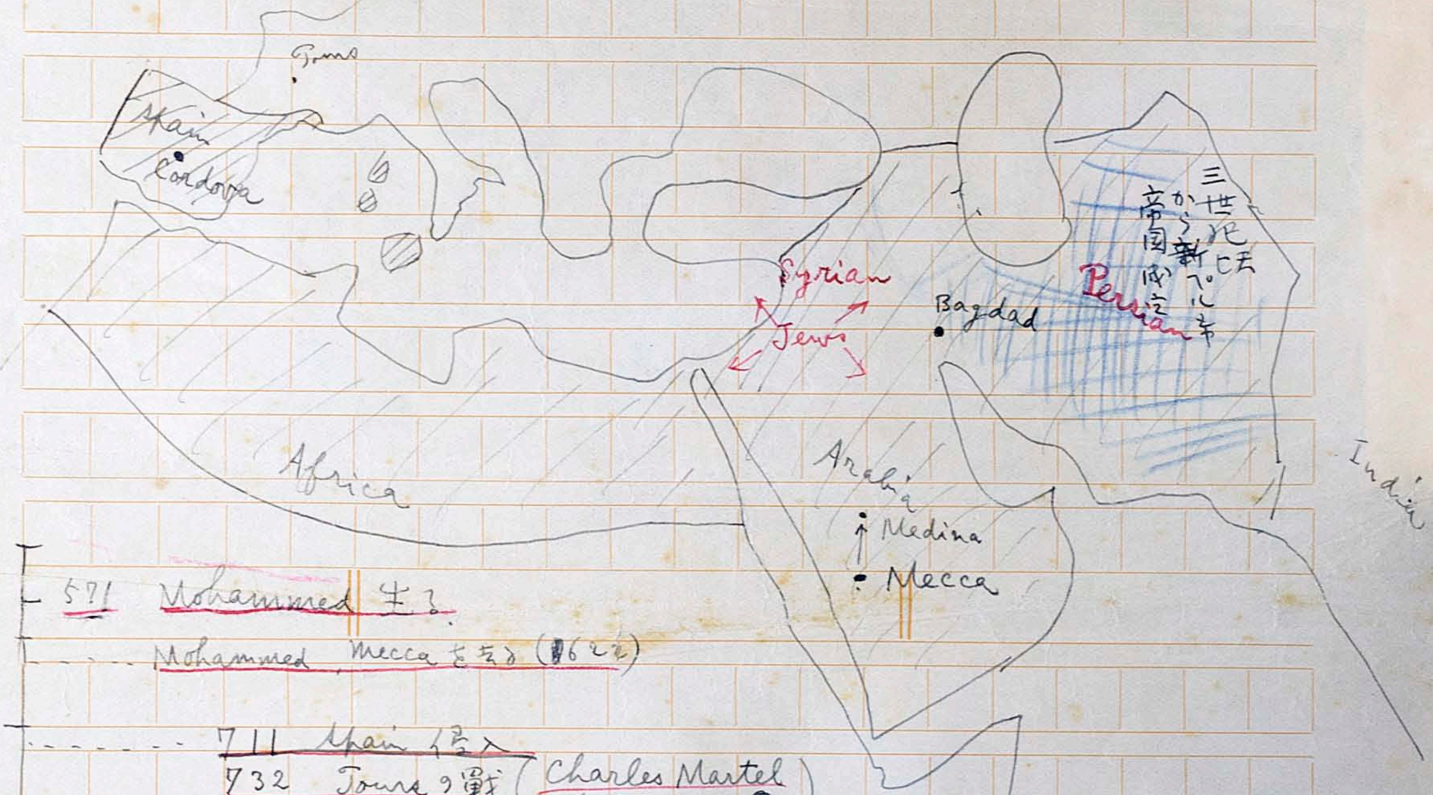
Salih Zeki, アラビヤ数学史, トルコ語
5126 (1923) Istanbul

文献
Sarton, Introduct. to history of science Vol. II.

§8. Arabian and Persian mathematics.

Arabia の数学と云ふよりも、Mohammedans の数学と呼ぶ方がよいかも知れぬ。(Persia 人の功大きい)

最盛時のアラビア



500
571 Mohammed 生る
600
Mohammed Mecca を去る (622)
700
711 Spain 侵入
732 Tours の戦 (Charles Martel Saracens を破る)
800
820 Al-Khowarizmi (Alchwarizmi)
756 Cordova 西の主府、762 Bagdad 東の主府
Harun al-Rashid (786–809), Al-Mamun (809–833)
(アラビヤンナイトに出る君主)
勢王、数学奨励
870 Tabit ibn Qorra
900
920 Al-Battani
980 Abul-Wefa (Wafa)
1000
1020 Al-Karkhi
1030 Al-Biruni (ペルシャ)
トルコ人 セルジュク 1095 第一十字軍
1100 Omar Khayyam (Alchaiyami) ペルシャ Rubaiyat
1130 Jabir ibn Aflah = Geber (スペイン)
1200
蒙古の勃興 (1222 ペルシャ征服)
1250 Nasir-Eddin (ペルシャ)
(トルコ人の勃興, 1258 Bagdad 陥落)
1300 Albanna (スペイン)
1400
1475 Al-Qualasadi (Al Kalsadi) (スペイン)
1500
スペインに於けるMoorsの征服
15世紀の末

アラビア人の社会的基礎

IT ハ商工業者デアッテ、応用科学的デアッタ。
「彼等ノ文明ハ、経済的テストニヨッテ験サレタラ、キリスト教徒ニ比シテ、比較ニナラナイ程、高級ノモノデアッタ」Cunningham.

実験科学 (化学)
観測 天文台
[地球ノ子午線ノ長サヲハカル
地球ノ周囲 20280 mile
誤差 69 mile]

天文学
↓
アラビヤ 数学の特殊性

インド ギリシャ
の融合、同化
インド数字を採用したこと
と両者の比較研究

ギリシャ数学がいかなる径路を経て来たか?
新ペルシャ帝国から?
ヘブリュー数学書によって?

Persia そこには文化があった、6世紀の

中葉 Khosru 一世 科学を奨励して、ギリ

シヤから 科学者を招いた。

(旧 Mesopotamia) には Christian scholars が居た。

滞在した

~~[illegible]~~ 東方の地には

Bagdad には Christian scholars

Jewish scholars

は第二の Alexandria と呼ばれ、各国からの

来る者が集った。中には Persia 人の外に

Arab、

も居た。

Bagdad の全盛期は 9世紀−10世紀

インド算術の輸入

算術

(Algoritmi は Alkhowarizmi の

アラーニかけて

Al Khowarizmi ノ算術書ハ後ノ言葉ヲ以テ始マル。

"Spoken has Algoritmi, Let us give deserved praise to God, our leader and defender." (algorithm ノ語源. Leibniz (Determinant, Invariant 等)

吾ノ指導者ニシテ保護者タル神ニ讃美セヨ

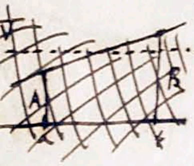
ソレハ然シ乍ラ印象的デアル。(部分積ヲ消サズニ書イタ)、

新シイト思ハレルモノハ double false positions デアル。

method of (盈朒, linear interpolat., inverse)

$f(x)=\nabla$ ヲトル：

x ノ二ツノ値 a, b ヲ試テ



$f(a)=A$ ナリトス

$f(b)=B$

root ノ近似値： $x=\dfrac{b(\nabla-A)-a(\nabla-B)}{(\nabla-A)-(\nabla-B)}$ デアラウ

$E_A \quad E_B$

$5x-10=0$ ヲトル： $\nabla=0.$

$a=3 \qquad 5\times3-10=5=A$

$b=1 \qquad 5\times1-10=-5=B$

$x=\dfrac{1\times(0-5)-3(+5)}{(0-5)-(+5)}=2.$

商業上の問題が多く算術に取入れられて、

多少の変貌ある商業的な算術書が行はれた。

(最近の発明によれば、暗算が極めて盛んであったと)

しかるに東方アラビヤでは、古いインドに近かったギリシヤ化をした。Al-Karkhi, Abul-Wefa などはインド数字を使用してない。そして算盤を使用す。

これは算術について云へば、一種の退化であった！

(の計算方)

之に反して、西方アラビヤでは、進化した。例へば Al kalsadi

平方根 (dschidr) は、その頭文字 d で書かれた。即ち

$\sqrt{48}$ は $\dfrac{\partial}{48}$

比例では未知数 (dschahala) x は ⅃ で

$7:12=84:x$ は ⅃ ∴ 84 ∴ 12 ∴ 7

代数

reduction = al-jabr wāl muqabalah = restoration
cancellation = aldschebre walmukabala = opposition

Al Khowarizmi ノ代数書名ハ
(al-jabr wāl muqabalah
aldschebre walmukabala)

現存の本の中では最初に algebra の名を見るもので著名である。

restoration: 一辺から負項ヲ移シ
opposition: 両辺から同一項ヲ取り去ル

$$5x^2 - 2x = 6 + 3x^2$$

aldschebr $\quad 5x^2 = 6 + 2x + 3x^2$

walmukabala $\quad 2x^2 = 6 + 2x.$

ラテン語ニ訳サレテから タンジン 第一語ノミが残ッテ algebra トナル。

Al Khowarizmi の代数は、印度的である所もあり、希臘的の所もある。

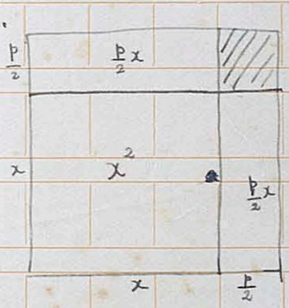
(1) 代数記号を用いない、全部言葉で述べる。(これはギリシャ的であるが、Diophantus よりも落ちるのである)、証明は幾何学的である。

(2) 二次方程式の二根を認め、無理数の根をも認めるまでは、インド的である。

近年の説は、正項を一辺に集めること (これはインドには無い)

二次方程式の解法

$$x^2 + px = q$$
$$(p>0,\ q>0)$$



左辺 =

故に ▨ $\frac{p^2}{4}$ を加へれば、正方形となる。即ち

$$x^2 + px + \frac{p^2}{4} = q + \frac{p^2}{4}$$ (完全平方)

$$x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{\quad}$$

その後、代数は東、西の両派に分れる。

西アラビヤ (インド風の発達)
幾何学と独立に記号代数の発達

Al Kalsadi

= は

東アラビヤ (ギリシャ風に似る)
代数記号を使用しない。その代りに geometrical algebra が発展した。
Omar Khayyam は三次方程式を分類し、その各種についての幾何学的解法を示した。証明は(初等)幾何学

例 (p. 75)
$x^3 + b^2x = b^2a$ は $x^2 = by$ と $6(x^2+y^2) = ax$
$x^3 + ax^2 = c^3$ は $xy = c^2$ と $y^2 = c(x+a)$

(近世ヨーロッパについて学ぶ)

30

印度の国々を経て ギリシャ数学が訳された。と同時に かって実用的な 又は天文学用の幾何学が存在した。

幾何は

しかし Gandz の研究 (1932) によれば:

幾何

Al Khowarizmi の幾何は (820) ~~[インドに似ているみる]~~ (ヘブリュー書)

ないと言うらしい。 Mishnat ha Middot (150年ごろ)

この本は ~~ギ~~ギリシャ的でないが、その ~~部分~~ 前後

これによれば

ギリシャ数学書の翻訳が盛んとなった (Euclid, Almagest の注)

独創的のものでは、Abul Wefa の作図法で、コンパスの

ただ一つの開きによる作図、 (980)

Tabit ibn Qorra (870ごろ) Euclid の注

三角法

(1) インドから、プトレミーに学んだ天文学と共に進んだ

Ibn Ahmaid Al-Biruni の天文書 (約1030) をみよ。幾何学的説明の進歩。正弦表の精密さ、

ある三次方程式の根の近似値の正確さ

(2) また Jabir ibn Aflah スペイン (1130)

Nasir Eddin は、天文学 ~~から~~ から独立した、数学としての三角法(球面及び平面)の組織を立てた。(ペルシャ 1250)

Suter 曰「15世紀のヨーロッパ数学者がもし之れ等の研究を知っていたなら、三角法については、何も為すものがなかったろう。否、彼等の中には、此等の研究を知っていた人があったのではあるまいか?」

(但し60進法であるから)

$x^3 = 1 + 3x$ ← 1分置きの9桁の表

或る意味では5桁

解法は示されていない

Biruni $x = 1.879\ 385\ 2468$

(Horner によれば) $x = 1.879\ 385\ 2418$

支那への輸入。 Nasir Eddin の関係。

元の郭守敬 球面三角法 interpolation

1280 (授時暦)

$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

$= c_0 + c_1(x - b_1) + c_2(x - b_1)(x - b_2)$

~~Romans~~ ~~I, II, III, IV, V, VI, … IX, X, XI,~~
~~減法~~ ~~加法~~

~~コレニハ種々ノ変形アリ.~~

Indians **印度数字ノ起源.**

位ノ規約ト0ノ使用法ノ完成者.

(形ノ起源モ, ソノ発達モ, ソノ伝播モ十分明カナラズ.)

Indians ニモ 紀元後 2世紀迄ニモ未ダ 0 ノ記号モ位ノ規約モナカッタラシイ. (セイロン島ノ数字)

5世紀ニハ零ノ記号モ位ノ規約モアッタラウ. 疑ナキ記録ハ 876 年インドニ残ルモノデアル.

Woepcke

Boetius question. (apices)

Boetius < arithmetica (Nicomach.) / geometrica (Euclid)

不明

332 B.C. アレクサンドリア建設
272 B.C. アソカ王即位
100–44 B.C. シーザー
63 BC–14 A.D. オーガスタス   ニコマクス 100 A.D.
[275 A.D. ディオファントス]
[510 A.D. ボエチウス] ……アリアバタ
569–632 モハメット
[630. ブラマグプタ]
711 アラビア人ノ西班牙侵入
742–814 シャールマニュ
1096–1270 十字軍

1. 西アラビアノ Gubal (Gobar) numerals ハ Boetius ノ apices ト同系統ノ~~モノ (ヨリ近代ノ インド数字ト似テ居ル)~~ス.
Boetius ニハ 0 ガナイ. Boetius ハ新 neo-platon学徒ニ学ンダトイフ.

2. 東アラビア (バグダッド) ト西アラビア (コルドヴァ) トハ数字ガ異ル.

塵 dust

インドトローマトハ盛ニ交易セ…
[野村兼太郎, 世界商業史, (丸善…

0 ヲ持タザル西アラビア (スペイン) 数字ハ アラビア人ガスペインニ入ル前ニ, 新プラトン学徒 (Boetius 等) ニ (インド, ローマ) ヲ通ジテ入レルモノ.

Reference. Smith and Karpinski, Hindu-arabic numerals (1911), Smith, History, vol. 2.

インド起源否定説
Kaye (英 インド), Carra de Vaux (フランス), Rubnov (ロシア)

Ṣāliḥ Zekī (Late Prof. of math., University of Istanbul). Athār-i-Bāqiya. [History of Arabic math.] Two vols. 512 p. Istanbul, Matba'a-i-Amira, National Press. 1929. (In Turkish)

4 vols の筈, 2 vols のみで著者が死んだ. 遺稿は Istanbul 大学図書館に残されてある.

double chord の代りに sine を以て angle を計ったのは Thābit ibn Qurra である. 彼は sine を用いて初めて メネラウス定理を証明した. sine の使用は印度人ではなくて東方人である. tangent の使用は ~~[illegible]~~ Abu'l-Wafā より前からあったが, これを independent な funct. として初めて使用したのは Abu'l-Wafā であった. (9世紀). [15世紀 印度人の tanの再発見なりとする Hankel, Hobson 誤れりとす 属する]. (之に薄い砂の層を作った)

数字の計算は板上でされ, 之を calculus of the board (hisāb al-takht) と呼んだ. takht (board) はペルシャ語である. (~~[illegible]~~ ペルシャから板の使用を学んだ.) 之に対して スペインのアラビヤ人の用いたのは hisāb al-ghubār (dust calculus) と呼ばれた.

後に東アラビヤ人はインド算術を取入れ, 之を hisāb al-Hindi (Indian arithmetic) と呼んだのだ.

その外に アラビア人は古くから暗算があり 之を hisāb al-hawā' と呼ばれた. [その代表作は Al-Karkhi のものがある.

シリアを占領してから後, 教主 Walid I が, 会計帳簿には ギリシャの数字を用ゆべしと命じた. しかし 8世紀の後半に インド数字を使用した.

従来は Stevin (1585) に帰せられたが !!
しかし最近は フランス Tarascon に住んだ ユダヤ数学者 Immanuel Bonfils の発見 (c. 1350) と云はれる。 Isis, 25 (1936), p. 16 G. Sarton の論文

小数記号を最初に用いたのは、Samarkand の Ghiyāth al-dīn Jamshīd (トルコ数学者)で、彼が 1425–1432 の間に書いた Risālat al-muhītiya 中に、π の近似値を decimal fraction を持つインド数字で書き、(小数点の代りに)、整数部分の頭上に sahāh と書いた。

Paul Tannery は、Al-Karkhi の暗算書を研究し、その中にインド数字の記載なく、総ての数字が in full letters で書かれてゐるのを見て、Al-Karkhi がギリシヤ風に帰ったものだと判断した。これは誤りである。Al-Karkhi が letter numerals を用ひたのは、この本が商人用の memorandum book として、暗算に習熟させるのが目的であったのだ。Al-Karkhi 時代には、インド数字が普及してから2世紀にもなったのだ、今更ギリシヤ式の方法で、インド数字を廃し得るものではない。史上 Al-Karkhi の後の代まではインド数字を使用してゐるではないか。

更に → この本は、かかる性格を持たずに、すぐに筆法から始まってゐるが、それは暗算の本だからだ。普通の算術書の体裁でないのだ。

Woepcke's theory の批判

(1) Boetius 幾何学中の apices の論は、インド数字がアラビヤ人の学者達に、アレキサンドリアのギリシヤ人に伝へられたとする十分な証明にならない。Boetius 中のこの記号は、早くても11世紀に、即ちアラビヤ人のスペイン侵入後に書かれたものである。

(2) インド数字がアレキサンドリアの新ピタゴラス派によってローマに伝はったことを証明するためには、紀元の早い世紀に、インド数字を用ひたギリシヤ又はラテン本の存在を実証せねばならぬ。しかるにかかる本は、アラビヤ人のスペイン侵入前には存在せぬ。

西洋数学史
講義原稿
古代ー中世

~~カジョリ~~

~~初等数学史~~

カジョリ

様

図資料

摘要

小山書店・生活百科刊行會

東京都千代田区（麴町局区内）冨士見町二丁目一二番地

電話九段（33）6006番・振替東京 180934 番